

## ท.ร.ม. และ ค.ร.น.

วิธีการหา ท.ร.ม.

1. โดยการแยกตัวประกอบ มีวิธีการดังนี้

- 1) แยกตัวประกอบของจำนวนทุกจำนวนที่ต้องการหา ท.ร.ม.
- 2) เลือกตัวประกอบที่ซ้ำกันของทุกจำนวนมาคูณกัน
- 3) ท.ร.ม. คือ ผลคูณที่ได้

ตัวอย่าง จงหา ท.ร.ม. ของ 56 84 และ 140

วิธีทำ  $56 = 2 \times 2 \times 7$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$$

เลือกตัวที่ซ้ำกัน ที่อยู่ทั้ง 56 84 และ 140 ตัวที่ซ้ำกันเอามาซ้ำละ 1 ตัว  
คือ มีเลข 2 เลข 2 และ เลข 7

$$\text{ดังนั้น ท.ร.ม.} = 2 \times 2 \times 7$$

2. การหารสั้น มีวิธีการดังนี้

- 1) นำจำนวนทั้งหมดที่ต้องการหา ท.ร.ม. มาเขียนเรียงกัน
- 2) หาจำนวนเฉพาะที่สามารถหารจำนวนทั้งหมดได้ลงตัวมาหารไปเรื่อยๆ จนกว่าไม่สามารถหาได้
- 3) นำตัวหารทุกตัวที่ใช้มาคูณกัน เป็นค่าของ ท.ร.ม.

ตัวอย่าง จงหา ท.ร.ม. ของ 56 84 และ 140

วิธีทำ 2) 56      84      140

$$2) \underline{28 \quad 42 \quad 70}$$

$$7) \underline{14 \quad 21 \quad 35}$$

$$\underline{\quad 2 \quad 3 \quad 5}$$

ห.ร.ม. คือ  $2 \times 2 \times 7 = 28$

### ประโยชน์ของ ห.ร.ม.

1. ใช้ทอนเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
2. ใช้คำนวณการแบ่งสิ่งของที่มีจำนวนไม่เท่ากันออกเป็นส่วนๆ ที่เท่ากันโดยไม่ปะปนกันและให้เป็นจำนวนที่มากที่สุด

### วิธีการหา ค.ร.น.

#### 1. โดยการแยกตัวประกอบ มีวิธีการดังนี้

- 1) แยกตัวประกอบของจำนวนทุกจำนวนที่ต้องการหา ค.ร.น.
- 2) เลือกตัวประกอบตัวที่ซ้ำกันมาเพียงตัวเดียว
- 3) เลือกตัวประกอบตัวที่ไม่ซ้ำกันมาทุกตัว
- 4) นำจำนวนที่เลือกมาจากข้อ 2 และ 3 มาคูณกันทั้งหมด เป็นค่าของ ค.ร.น.

ตัวอย่าง จงหา ค.ร.น. ของ 10, 24 และ 30

วิธีทำ  $10 = 5 \times 2$

$$24 = 2 \times 3 \times 2$$

$$30 = 5 \times 2 \times 3$$

$$\text{ค.ร.น.} = 5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 = 120$$

#### 2. โดยการหารสั้น มีวิธีการดังนี้

- 1) นำจำนวนทั้งหมดที่ต้องการหา ค.ร.น. มาตั้งเรียงกัน
- 2) หาจำนวนเฉพาะที่สามารถหารจำนวนทั้งหมดได้ลงตัว หรือหารลงตัวอย่างน้อย 2 จำนวน จำนวนใดหารไม่ได้ให้ตั้งลงมา
- 3) ให้ทำซ้ำข้อ 2 จนกว่าจะหารอีกไม่ได้
- 4) นำตัวหารทั้งหมดและผลลัพธ์สุดท้ายมาคูณกัน ผลคูณคือค่าของ ค.ร.น.

ตัวอย่าง จงหา ค.ร.น. ของ 10, 24 และ 30

วิธีทำ 2) 10 24 30

$$5) \begin{array}{r} 5 \\ \hline 12 \\ 15 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 1 \\ \hline 12 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 4 \\ 1 \end{array}$$

$$\text{ค.ร.น.} = 2 \times 5 \times 3 \times 4 = 120$$

ประโยชน์ของ ค.ร.น.

1. ใช้ในการหาผลบวกและผลลบของเศษส่วน โดยทำส่วนให้เท่ากัน
2. ใช้ในการคำนวณงานบางอย่างที่ใช้เวลาต่างกัน และหาเวลาที่จะทำพร้อมกันในครั้งต่อไป

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ หรม.และ ครน.

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม.

โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการนำความรู้เรื่อง ห.ร.ม. ไปใช้แก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 ทหาร 3 กอง กองละ 78, 91 และ 104 คน ตามลำดับ ถ้าแบ่งทหารออกเป็นหมู่ ๆ ละเท่ากัน จะได้ทหาร**มากที่สุด**หมู่ละกี่คน

(มีคีย์เวิร์ด คำว่า **มากที่สุด** ตัวอย่างที่ 1 จึงแก้ปัญหาโดยใช้ ห.ร.ม.)

วิธีทำ แบ่งทหารออกเป็นหมู่ ๆ ละเท่า ๆ กันและให้ได้ทหารมากที่สุด นั่นคือหา ห.ร.ม. ของ 78, 91 และ 104

หา ห.ร.ม. ของ 78, 91 และ 104 จะได้

$$13) \begin{array}{r} 78 \\ \hline 91 \\ 104 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 7 \\ 8 \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 78, 91 และ 104 คือ 13

ดังนั้น จะแบ่งทหารได้มากที่สุดหมู่ละ 13 คน

**ตัวอย่างที่ 2** มีฝรั่ง 48 ผล ชมพู 84 ผล และส้ม 60 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ออกเป็นกอง ๆ ละเท่า ๆ กัน ให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุดและไม่เหลือเศษ โดยที่ผลไม้แต่ละชนิดไม่ปะปนกัน จะแบ่งผลไม้เหล่านี้ได้ทั้งหมดกี่กอง

(มีคีย์เวิร์ด คำว่า **มากที่สุด** ตัวอย่างที่ 2 จึงแก้ปัญหาโดยใช้ ห.ร.ม.)

**วิธีทำ** มีฝรั่ง 48 ผล ชมพู 84 ผล และส้ม 60 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ออกเป็นกอง ๆ ละเท่า ๆ กัน ให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุดและไม่เหลือเศษ นั่นคือหา ห.ร.ม. ของ 48, 84 และ 60

หา ห.ร.ม. ของ 48, 84 และ 60 จะได้

$$3 \overline{)48 \quad 84 \quad 60}$$

$$2 \overline{)16 \quad 28 \quad 20}$$

$$2 \overline{)8 \quad 14 \quad 10}$$

$$\underline{4 \quad 7 \quad 5}$$

นั่นคือ ห.ร.ม. ของ 48, 84 และ 60 คือ  $3 \times 2 \times 2 = 12$

ดังนั้น จะต้องแบ่งผลไม้ออกเป็นกอง กองละ 12 ผล เท่า ๆ กัน

จะแบ่งฝรั่งที่มี 48 ผล ออกเป็นกอง ๆ ละ 12 ผล เท่า ๆ กันได้  $48 \div 12 = 4$  กอง

จะแบ่งชมพูที่มี 84 ผล ออกเป็นกอง ๆ ละ 12 ผล เท่า ๆ กันได้  $84 \div 12 = 7$  กอง

จะแบ่งส้มที่มี 60 ผล ออกเป็นกอง ๆ ละ 12 ผล เท่า ๆ กันได้  $60 \div 12 = 5$  กอง

เพราะฉะนั้นจะแบ่งผลไม้แต่ละชนิดโดยไม่ปะปนกันได้ทั้งหมด  $4 + 7 + 5 = 16$  กอง

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 267, 168 และ 201 แล้วเหลือเศษ 3 เท่ากัน

(มีคีย์เวิร์ด คำว่า **มากที่สุด** ตัวอย่างที่ 3 จึงแก้ปัญหโดยใช้ ห.ร.ม.)

**วิธีทำ** จำนวนที่หาร 267 แล้วเหลือเศษ 3 คือจำนวนที่หาร  $267 - 3 = 264$  ลงตัว

จำนวนที่หาร 168 แล้วเหลือเศษ 3 คือจำนวนที่หาร  $168 - 3 = 165$  ลงตัว

จำนวนที่หาร 201 แล้วเหลือเศษ 3 คือจำนวนที่หาร  $201 - 3 = 198$  ลงตัว

หา ห.ร.ม. ของ 264, 165 และ 198

$$3 \ ) \ \underline{264 \ \ 165 \ \ 198}$$

$$11 \ ) \ \underline{88 \ \ 55 \ \ 66}$$

$$\underline{\ \ \ \ 8 \ \ \ 5 \ \ \ 6}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 264, 165 และ 198 คือ  $3 \times 11 = 33$

นั่นคือ จำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 267, 168 และ 201 แล้วเหลือเศษ 3 เท่ากัน คือ 33

**ตัวอย่างที่ 4** กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่ง กว้าง 45 เซนติเมตร ยาว 72 เซนติเมตร ต้องการตัดกระดาษแผ่นนี้ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่า ๆ กันให้มีพื้นที่**มากที่สุด** จะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านยาวด้านละกี่เซนติเมตร และจะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป

(มีคีย์เวิร์ด คำว่า **มากที่สุด** ตัวอย่างที่ 4 จึงแก้ปัญหโดยใช้ ห.ร.ม.)

**วิธีทำ** กระดาษสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 45 เซนติเมตร ยาว 72 เซนติเมตร

ดังนั้นกระดาษมีพื้นที่  $45 \times 72$  ตารางเซนติเมตร

ต้องการตัดกระดาษแผ่นนี้ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่า ๆ กัน นั่นคือการหา ห.ร.ม. ของด้านกว้างและด้านยาวของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

หา ห.ร.ม. ของ 45 และ 72 จะได้

$$3 \ ) \ \underline{45 \ \ \ \ \ 72}$$

$$3) \underline{15} \quad \underline{24}$$

$$\underline{5} \quad \underline{8}$$

ห.ร.ม. ของ 45 และ 72 คือ  $3 \times 3 = 9$

นั่นคือ ตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ยาวด้านละ 9 เซนติเมตร

ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูปที่ตัดได้มีพื้นที่  $9 \times 9$  ตารางเซนติเมตร

$$\text{และจะตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ทั้งหมด } \frac{45 \times 72}{9 \times 9} = 40 \text{ แผ่น}$$

น้องๆทราบหรือไม่ว่า โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. มักมีคำว่า “มากที่สุด” หรือ “ยาวที่สุด” ปรากฏอยู่ในโจทย์ ซึ่งเป็นคีย์เวิร์ดสำคัญในการแก้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. ต่อไปนี้ลองมาดูโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ค.ร.น. กันนะคะ

### โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ค.ร.น.

ในการหาตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปนั้น เป็นการหาตัวตั้งร่วมหรือพหุคูณร่วมที่มีค่าน้อยที่สุดของจำนวนนับเหล่านั้น 3 วิธีที่สามารถนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

การหาตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไปซึ่งมี 3 วิธีดังนี้

1. โดยการพิจารณาตัวตั้งร่วมหรือพหุคูณร่วมที่มีค่าน้อยที่สุด
2. โดยการแยกตัวประกอบ
3. โดยการตั้งหาร

โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการนำความรู้เรื่อง ค.ร.น. ไปใช้แก้ปัญหา

**ตัวอย่างที่ 5** ระวังสามใบ ๆ ที่หนึ่งตีทุก ๆ 8 นาที ใบที่สองตีทุก ๆ 14 นาทีและใบที่สามตีทุก ๆ 20 นาที เมื่อระวังเริ่มตีพร้อมกันครั้งแรกในเวลา 08.00 น.จงหาเวลาที่จะตีพร้อมกันอีกเป็นครั้งที่สอง

(มีคีย์เวิร์ด คำว่า *พร้อมกัน* ตัวอย่างที่ 5 จึงแก้ปัญหาโดยใช้ ค.ร.น.)

**วิธีทำ** ระวังสามใบ ๆ ที่หนึ่งตีทุก ๆ 8 นาที ใบที่สองตีทุก ๆ 14 นาทีและใบที่สามตีทุก ๆ 20 นาที จะหาเวลาที่จะตีพร้อมกันอีกเป็นครั้งที่สอง

โดยหา ค.ร.น. ของ 8, 14 และ 20

$$2) \underline{8 \quad 14 \quad 20}$$

$$2) \underline{4 \quad 7 \quad 10}$$

$$\underline{2 \quad 7 \quad 5}$$

ค.ร.น. ของ 8, 14 และ 20 คือ  $2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5 = 280$

นั่นคือ เมื่อเวลาผ่านไป 280 นาที หรือคิดเป็น 4 ชั่วโมง 40 นาที ระวังจะตีพร้อมกันรอบที่สอง  
ดังนั้น ระวังทั้งสามใบ จะตีพร้อมกันอีกเป็นครั้งที่สอง เมื่อเวลา 12.40 น.

**ตัวอย่างที่ 6** จงหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้วเหลือเศษ 3 ทุกจำนวน  
(มีคีย์เวิร์ด คำว่า *น้อยที่สุด* ตัวอย่างที่ 6 จึงแก้ปัญหาโดยใช้ ค.ร.น.)

**วิธีทำ** จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 6, 8 และ 10 ได้ลงตัว คือ ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10  
หา ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10 ได้ดังนี้

$$2) \underline{6 \quad 8 \quad 10}$$

$$\underline{3 \quad 4 \quad 5}$$

ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10 คือ  $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

ดังนั้น จำนวนนับที่น้อยที่สุดซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้วเหลือเศษ 3 คือ  $120 + 3 = 123$

**ตัวอย่างที่ 7** จิ้งหรีด 3 ตัวใช้เวลา 10, 15 และ 20 วินาที จิ้งจะร้องครั้งหนึ่งตามลำดับ ถ้าจิ้งหรีดร้องพร้อมกัน  
ครั้งหนึ่งแล้วอีกนานเท่าใดจึงจะร้อง*พร้อมกัน*อีกเป็นครั้งที่สอง

(มีคีย์เวิร์ด คำว่า *พร้อมกัน* ตัวอย่างที่ 7 จึงแก้ปัญหาโดยใช้ ค.ร.น.)

**วิธีทำ** ตัวที่ 1 ใช้เวลา 10 วินาที

ตัวที่ 2 ใช้เวลา 15 วินาที

ตัวที่ 3 ใช้เวลา 20 วินาที

จึงหรีด 3 ตัวจะร้องพร้อมกันอีกกี่นาทีต่อไป โดยการหา ค.ร.น. ของ 10, 15 และ 20

หา ค.ร.น. ของ 10, 15 และ 20

$$5) \quad \underline{10 \quad 15 \quad 20}$$

$$2) \quad \underline{2 \quad 3 \quad 4}$$

$$\underline{1 \quad 3 \quad 2}$$

ค.ร.น. ของ 10, 15 และ 20 คือ  $5 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 60$

ดังนั้น อีก 60 วินาที หรืออีก 1 นาที จึงหรีดทั้ง 3 ตัวจึงจะร้องพร้อมกันเป็นครั้งที่สอง

น้องๆทราบหรือไม่ว่า โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ค.ร.น. มักมีคำว่า “น้อยที่สุด” หรือ “พร้อมกัน” ปรากฏอยู่ในโจทย์ ซึ่งเป็นคีย์เวิร์ดสำคัญในการแก้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม.

### สรุปวิธีการแก้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

วิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ง่ายนิดเดียว เพียงแค่น้องๆจำคีย์เวิร์ดสำคัญได้ เช่น “น้อยที่สุด” หรือ “พร้อมกัน” จะปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ค.ร.น. ส่วนคีย์เวิร์ดสำคัญคำว่า “มากที่สุด” หรือ “ยาวที่สุด” จะปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ ห.ร.ม. เมื่อน้องวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้แล้วว่าใช้ ค.ร.น. หรือ ห.ร.ม. ในการแก้โจทย์ปัญหา ลำดับต่อไปคือ น้องๆจะต้องใช้ความรู้ในเรื่อง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ป.6 ที่ได้เรียนผ่านมาแล้ว